

Contribution à l'algèbre intégro-différentielle

- Directeur de thèse : François Boulier `francois.boulier@univ-lille.fr`
- Co-encadrant : François Lemaire `francois.lemaire@univ-lille.fr`
- Équipe CFHP, Laboratoire CRISAL, Université de Lille
- Web : `cfhp.univ-lille.fr`

Contexte

L'équipe CFHP du laboratoire CRISAL est spécialisée dans le traitement de systèmes d'équations différentielles polynomiales.

Les domaines d'applications visés sont l'automatique et la modélisation en biologie, avec la volonté affichée de développer des logiciels d'aide à la modélisation.

L'algèbre différentielle, initiée par Ritt et Kolchin, fournit le cadre théorique et les algorithmes nécessaires pour calculer, rechercher, décrire les solutions et la structure d'un système d'équations différentielles, qui en pratique peut décrire l'évolution d'un système physique, d'un modèle biologique, ... L'équipe a d'ailleurs développé la librairie BLAD [4] écrite en C, qui est à la pointe de l'algorithmique en algèbre différentielle

Depuis peu, l'équipe s'investit dans le traitement des équations intégro-différentielles [1, 3, 2], c'est-à-dire des équations faisant intervenir à la fois des dérivations et des opérateurs d'intégration. Il s'agit d'un domaine nouveau, encore peu étudié d'un point de vue algébrique et algorithmique, et qui a des applications concrètes en modélisation. En effet, d'après [1, 3], les gains obtenus par l'introduction de l'intégration sont multiples : augmenter l'expressivité des modèles, améliorer la précision de l'estimation de paramètres (qui consiste à déterminer numériquement les valeurs des paramètres d'un modèle pour lesquels on a des mesures entachées d'erreur), réduire la taille des équations intermédiaires afin d'accélérer les calculs, ...

Travail à réaliser

Le doctorant développera les fondements de l'algèbre intégro-différentielle, ainsi que l'algorithmique associée. Le doctorant évaluera l'impact pratique de l'algèbre intégro-différentielle sur des modèles issus de la biologie et de l'automatique (réduction de la taille des données, amélioration de la précision numérique de l'estimation de paramètres, expressivité des modèles accrue, ...). Le sujet étant clairement ambitieux, une théorie même partielle portant sur une classe restreinte de modèles (qu'il faudra identifier) constituera déjà un résultat très important.

Pour réaliser ce travail, le doctorant se familiarisera d'abord avec l'algèbre différentielle, qui donne un cadre algébrique à l'étude des systèmes d'équations différentielles, et qui fournit des algorithmes basés sur les techniques de réécriture.

Le doctorant identifiera ensuite des classes de systèmes d'équations généralisant ceux de [1, 3] et développera la théorie et l'algorithmique sur ces classes. En parallèle, le doctorant confirmera expérimentalement les gains obtenus grâce aux équations intégro-différentielles. En particulier, le doctorant sera amené à améliorer les méthodes d'intégration numériques de [1], notamment avec des techniques de parallélisation.

Si le travail est concluant, le doctorant développera ensuite une théorie générale des équations intégro-différentielles, ainsi que l'algorithmique correspondante.

Mots clé

Algèbre différentielle, calcul formel, algorithmes d'élimination, équation intégral-différentielle, intégration numérique.

Références

- [1] François Boulier, Hélène Castel, Nathalie Corson, Valentina Lanza, François Lemaire, Adrien Poteaux, Alban Quadrat, and Nathalie Verdière, *Symbolic-Numeric Methods for Nonlinear Integro-Differential Modeling*, CASC 2018 - The 20th International Workshop on Computer Algebra in Scientific Computing (Lille, France), September 2018.
- [2] François Boulier, Joseph Lallemand, François Lemaire, Georg Regensburger, and Markus Rosenkranz, *Additive Normal Forms and Integration of Differential Fractions*, Journal of Symbolic Computation (2016).
- [3] François Boulier, François Lemaire, Markus Rosenkranz, Rosane Ushirobira, and Nathalie Verdière, *On Symbolic Approaches to Integro-Differential Equations*, Algebraic and Symbolic Computation Methods in Dynamical Systems (Niculescu Silviu-Iulian and Ditzinger Thomas, eds.), Advances in Delays and Dynamics, Springer, 2017.
- [4] François Boulier, *The BLAD Libraries*, <https://pro.univ-lille.fr/francois-boulier/logiciels/blad/>, 2004.