

# Sujet de stage - CRIStAL - 2021

## Titre : étude de singularités en petite caractéristique

- Équipe : CFHP [cfhp.univ-lille.fr](http://cfhp.univ-lille.fr). Directeur François Boulier.
- Encadrant : Adrien Poteaux [adrien.poteaux@univ-lille.fr](mailto:adrien.poteaux@univ-lille.fr)
- Laboratoire : CRIStAL, Lille (France). Directeur Olivier Colot [crystal.univ-lille.fr](http://crystal.univ-lille.fr)

## 1 Contexte

L'étude de singularités (parfois décrites comme des « points infiniment proches ») de variétés algébriques et analytiques est un domaine de recherche ancien (l'étude de singularités de certaines courbes apparaît dans les problèmes étudiés par les géomètres grecs) et actif. C'est d'ailleurs devenu une discipline à part entière depuis les années 1960, à partir des travaux d'Hironaka, Zariski etc.

Des travaux récents [1, 2] ont permis d'obtenir des algorithmes rapides pour calculer les éléments essentiels d'une singularité. Néanmoins, ces résultats ne sont valables qu'en caractéristique 0 ou « suffisamment grande » (e.g. plus grande que le degré du polynôme définissant la courbe considérée).

## 2 Travail à réaliser

L'objectif de ce stage sera d'étudier le cas de la petite caractéristique. Dans ce contexte, l'utilisation de série de Puiseux ou de racines approchées (les « briques de base » des papiers [1, 2]) n'est pas toujours possible.

Une solution alternative consiste à calculer des développements d'Hamburger-Noether. L'objectif de ce stage sera dans un premier temps de lire et de s'appropriier la littérature sur le sujet (en particulier, les travaux de Russel [3] semblent particulièrement pertinent), afin d'élaborer des algorithmes rapides pour calculer de tels développements.

## Références

- [1] A. Poteaux and M. Weimann. Computing puiseux series : a fast divide and conquer algorithm, 2017.
- [2] A. Poteaux and M. Weimann. A quasi-linear irreducibility test in  $\mathbb{K}[[x]][y]$ , 2019.
- [3] P. Russell. Hamburger-noether expansions and approximate roots of polynomials. *Manuscripta mathematica*, 31 :25–96, 1980.

## Mots clé

Géométrie algébrique, singularités, calcul formel.

## Compétences espérées

Un goût pour les mathématiques (en particulier l'algèbre) et l'informatique.